Paper-ID: VGI_196811

Gedanken zur numerischen Lösung der gegenseitigen Orientierung in Analoggeräten

Josef Kovarik [1]

[1] *B. A. für Eich- u. Verm., 1080 Wien, Krotenthallergasse 3*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **56** (3), S. 88–96

1968

BibTEX:

```
@ARTICLE{Kovarik_VGI_196811,
Title = {Gedanken zur numerischen L{\"o}sung der gegenseitigen Orientierung in
    Analogger{\"a}ten},
Author = {Kovarik, Josef},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {88--96},
Number = {3},
Year = {1968},
Volume = {56}
}
```

Das vorgeschlagene Verfahren ist nicht nur eine Triangulation aus der Luft, sondern infolge der fortlaufenden Vermessung der Standpunktedreiecke auch eine *Triangulation in der Luft.* Nehmen wir z. B. an, zur Aufnahme eines Vermessungsgebiets wurden 6000 Luftbilder gebraucht. *Im Zuge dieser Aufnahmen* sind sodann 2000 Standpunktedreiecke mit Seitenlängen von ca. 10 km trianguliert worden. Die terrestrische Vermessung von 2000 Dreiecken mit Seitenlängen von ca. 10 km würde einen enormen Aufwand erfordern. Jedoch für die Luftbildmessung wäre ihr Wert sogar viel geringer als der der Standpunktedreiecke.

Das räumliche Rückwärtseinschneiden von Standpunktedreiecken weist große Vorteile auf. Diese liegen in der weitgehenden Anwendungsmöglichkeit und in der gleichzeitigen Festlegung von drei Luftstandpunkten.

Wie einleitend erklärt wurde, werden ferner in allen Luftbildern die Nadirpunkte bestimmt. Daraus ergeben sich *das räumliche Rückwärtseinschneiden eines Standpunktedreiecks nach zwei Festpunkten* und ferner *das günstige Fehlerfortpflanzungsgesetz für die Bestimmung der Geländehöhen.* Darüber hinaus folgt noch, *daß die zur gegenseitigen und absoluten Orientierung der Luftbilder erforderliche Zeit unvergleichlich kürzer wird.*

Überraschend groß sind die in Abb. 4 dargestellten Vorteile bezüglich der Abbildung von Festpunkten, und die unter c) angeführten Fehlerabschätzungen zeigen eine weitere *Überlegenheit des vorgeschlagenen Verfahrens* gegenüber den bekannten Verfahren, *die umso größer ist, je größer die zu überbrückenden festpunktlosen Räume sind.* [Unter c) ist gezeigt, daß diese Überlegenheit etwa linear mit der Länge der festpunktlosen Gebiete ansteigt]. Das Verfahren wird sich daher für die Vermessung festpunktarmer Großgebiete besonders gut eignen.

Literatur

[1] *Draheim, H.:* Geodolite (= Laserentfernungsmesser) A. V. N. 75. J. 1968 H. 1.

[2] *Finsterwalder, S.:* Die Fehlergesetze gleichförmiger gestreckter Dreiecksketten, Sitzungsber. d. Bayr. Akad. d. Wiss. math.-naturwissensch. Abt. 1933, S. 149—177.

[3] *Gotthardt, E.:* Der Einfluß unregelmäßiger Fehler auf die Luftbildtriangulation. Z. f. V. 73. J. 1944 H. 4.

[4] *Gruber von O.:* Beitrag zur Theorie und Praxis von Aeropolygonierung und Aeronivellements, B. u. L. 10. J. 1935, H. 3.

[5] *Jordan, Eggert, Kneissl:* Handbuch der Vermessungskunde 10. Aufl. Bd. 2, 1963.

[6] *Killian, K.:* a) Über das Rückwärtseinschneiden im Raum Ö. Z. f. V. 43. J. 1955 Nr. 6. b) Zur analytischen Luftbildauswertung der Lagekoordinaten . . . Ö. Z. f. V. 49. J. 1961 Nr. 5 und 6. c) Ebenes und räumliches Rückwärtseinschneiden eines Dreieckes in Hinblick auf die Luftbildmessung, Ö. Z. f. V. 54. J. 1966, Nr. 6.

[7] *Roelofs, R.:* Erreurs Systematiques ou Accidentelles? Photogrammetria 1949, Nr. 1.

[8] *Schwidefsky, K.:* Grundriß der Photogrammetrie, 6. Aufl. 1963.

Gedanken zur numerischen Lösung der gegenseitigen Orientierung in Analoggeräten

Von *Josef Kovarik*, Wien

Eine Untersuchung der Ergebnisse des Versuches Oberriet der Kommission C der OEEPE [1] hat erneut gezeigt, daß die Resultate von numerischen Auswertungen auf analytischem Wege den Analogauswertungen praktisch *nicht* überlegen sind! Da die analytische Photogrammetrie sowohl Hochleistungskomparatoren als auch eine elektronische Großrechenanlage verlangt, wird sie außerdem zu einer Domäne von wenigen großen Instituten.

Wo aber unzusammenhängende Flächen, womöglich mit Einzelmodellen, zu bearbeiten sind, dort wird es sehr zu überlegen sein jene Phase, die ein schon vorhandenes Präzisionsauswertegerät zu bringen im Stande ist, nämlich die *mechani-*

sche Bildung von Raumkoordinaten, ohne zwingenden Grund zu übergehen und an die Datenverarbeitung abzutreten. In einem Land wie Österreich, das in der Mehrzahl nur kleinere Operate numerisch zu bearbeiten hat, würde daher der Aufwand für eine analytische Auswertung wirtschaftlich kaum zu vertreten sein.

Im Jahre 1950 schrieb Kasper in [2] am Rande: „. . . Bei Aufnahmen auf Platten, . . . wird man jedoch keine Bilddeformationen wie bei Film zu befürchten haben und mit den üblichen 6 Punkten für die gegenseitige Orientierung auskommen. . . .“ Als wenige Jahre später die ersten Plattenweitwinkelaufnahmen im Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen in Wien vorlagen, stieß man auf unerklärliche Differenzen. Planitätsprüfungen der verwendeten Platten ergaben dann Abweichungen von der Ebene bis zu 52 μm! Und erst 1958 wurde in [3] u. a. festgestellt: „. . . Um von den Ge-Werken als ultra-planes Glas angenommen zu werden (Platten für die Photogrammetrie) können die Glasplatten die Toleranzen nicht überschreiten: Format 15 cm $\times$ 15 cm . . . 20 μm . . . und 24 cm $\times$ 24 cm . . . 28,5 μm. . . .“ Als Schichtträger bürgt die Platte zwar sicher für äußerste Maßhaltigkeit, aber wie man sieht, hat ihre Planität auch Grenzen. Am bedeutungsvollsten jedoch ist es, daß die für extrem genaue Aufgaben geeigneten Platten i. a. nur durch Sortierung aus der normalen Produktion gewonnen werden können. Einem steigenden Bedarf an solchen Platten könnte also von der Industrie nur bei einer Steigerung der gesamten Plattenproduktion entsprochen werden. Daher wird auch bei Präzisionsvermessungen der Film zwangsläufig immer mehr Verwendung finden müssen.

Wenn nun zwar die für derartige Zwecke entwickelten Spezialfilme wie etwa Cronar, nur geringen Verformungen unterliegen, die generell durch affine Einrechnungen eliminiert werden können (siehe z. B. [4]) so ist doch möglichst sicher zu stellen, daß auch keine lokalen Deformationen vorliegen. Dem wird man am besten durch eine Erhöhung der Schemapunktanzahl, soweit sie wirtschaftlich tragbar ist, vorbeugen.

Mit der Frage der Genauigkeitssteigerung bei der gegenseitigen Orientierung hat sich theoretisch z. B. Schmid in [5] befaßt, wobei er einen Punktraster mit R Kolonnen und (2R-1) Zeilen über das gesamte Modell legt. Aus der Praxis heraus hat u. a. Kasper in [6] Ergebnisse von Versuchen mitgeteilt, die die optimale Genauigkeit der gegenseitigen Orientierung feststellen sollten.

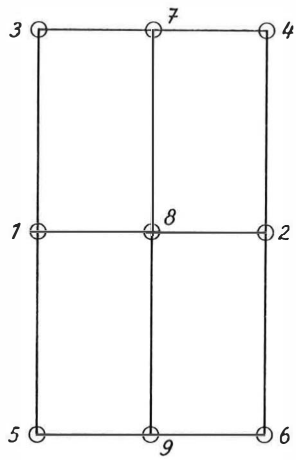
Vergleicht man diesbezüglich Theorie und Praxis, so bestätigen beide, daß erst Parallaxenmessungen in mehr als 6 Punkten (beide Autoren nennen 15 als Optimum) und numerische Ermittlung der Elemente das praktisch erreichbare Maximum an Genauigkeit bringen. (Es wird dann aber wohl in erster Linie von der Wirtschaftlichkeit abhängen wieviele Punkte man in der Praxis tatsächlich zur Orientierung heranzieht.)

Im Zusammenhang damit taucht natürlich sofort die Frage auf, ob die optisch-mechanische Orientierung auch heute, im Zeitalter der Elektronenrechner, noch immer *die* Lösung ist, wie zu Zeiten O. v. Grubers. Wohl könnte man noch einwenden, daß die Berechnung der Elemente an einer Großanlage nicht im entferntesten deren Leistungsfähigkeit ausschöpfen würde, ja sie sogar unwirtschaftlich blockieren könnte. Aber auch dieser Einwand ist in dem Maß gefallen, in dem mittlere und Klein-Computer in den letzten Jahren auf den Markt gekommen sind. Und damit scheint dem Verfasser das Problem der numerischen Bestimmung der Orientierungsdaten zu einer fast ausschließlich organisatorischen Frage reduziert worden zu sein!

Wie man bei einer Diskussion der von Schmid in [5] allgemein entwickelten Formeln erkennen kann, treten nicht alle Daten von sämtlichen Schemapunkten in allen Orientierungsgrößen auf. Im $d\varphi$ z. B. wären bei 5 Profilen die Werte aus dem ersten und letzten Querschnitt 4-fach zu nehmen, während das mittlere Profil überhaupt nicht aufscheint. Die dazwischen liegenden Profilwerte scheinen mit dem Faktor 2 auf. Legt man aber nur 3 Querschnitte, so üben lediglich die beiden äußeren einen Einfluß aus, während der mittlere bedeutungslos ist. Ähnlich verhält es sich bei $d\varkappa$: der Einfluß eines Profiles in der Mitte ist null. Lediglich der Ausdruck für $d\omega$ enthält sämtliche Profile.

Ähnliche Überlegungen kann man bezüglich der Punktreihen anstellen.

So gesehen ist eine Erhöhung der Anzahl der Schemapunkte im wesentlichen nur für die Bestimmung von $d\omega$ von Bedeutung. Da die Einstellung bzw. Lesung der by- undz-Werte die meiste Zeit benötigt, wird man, vom wirtschaftlichen Stand punkt aus gesehen, am ehesten noch eine Erweiterung auf 9 Punkte, also 3 Profile, in Kauf nehmen können.



Hallert hat in [7] Formeln für die Berechnung der Orientierungsunbekannten bei Verwendung von 9 Schemapunkten abgeleitet. Allerdings nur für ebenes Gelände. In einem Land wie Österreich sind aber auch in jenen Gebieten, die für numerisch-photogrammetrische Arbeiten in Frage kommen, größere Höhenunterschiede zu erwarten. Eine entsprechende Erweiterung der Hallert'schen Formeln ist ohne weiteres möglich. Geht man von der bekannten Parallaxengleichung (für die Zuorientierung des rechten Bildes zum festen linken) beim Folgebildanschluß aus

$$p_y = dby + \frac{y}{z}\, dbz - z\left(1 + \frac{y^2}{z^2}\right) d\omega - \frac{(b - x)\, y}{z}\, d\varphi + (b - x)\, d\varkappa$$

und fordert, wie üblich, für die Punkte am oberen und unteren Rand dieselben Ordinatenwerte, dann kann man $/y/:/z/ = k$ setzen. Mit $1 + k^2 = K$ ergibt sich für die Punkte 1, 2 und 8 . . . $K_1 = K_2 = K_8 = 1$ und für alle übrigen $K_3 = K_4 = = K_5 = K_6 = K_7 = K_9 = K$. Damit kann man die 9 Verbesserungsgleichungen aufstellen, mit denen man dann über die Normalgleichungen zu den wahrscheinlichsten Werten für die 5 Orientierungsunbekannten kommt. Im Hinblick auf eine später vorzunehmende Programmierung ist es vorteilhaft, in den Ausdrücken für die Unbekannten die einzelnen Glieder so zusammenzufassen, daß möglichst ähnlich gebaute Ausdrücke entstehen. Es ergeben sich (für den Fall Basis innen, Anschluß rechts, gleichgewichtig) die Formeln $d\omega_2^c = - \frac{Z}{N}\, \rho^c$ mit

$$Z = z_1 \left(\frac{[by]}{9} - by_1\right) + z_2\left(\frac{[by]}{9} - by_2\right) + z_3K\left(\frac{[by]}{9} - by_3\right) + \ldots +$$
$$+ z_8 \left(\frac{[by]}{9} - by_8\right) + z_9K\left(\frac{[by]}{9} - by_9\right) + \frac{1}{6}(z_1 - z_2 + z_3K - z_4K +$$
$$+ z_5K - z_6K) . (by_1 - by_2 + by_3 - by_4 + by_5 - by_6) +$$
$$+ \frac{1}{4}(z_3K - z_4K - z_5K + z_6K) . (by_3 - by_4 - by_5 + by_6) +$$
$$+ \frac{1}{6}(z_3K + z_4K - z_5K - z_6K + z_7K - z_9K) . (by_3 + by_4 - by_5 - by_6 +$$
$$+ by_7 - by_9)$$

$$N = z_1 \left(\frac{[zK]_1^9}{9} - z_1\right) + z_2\left(\frac{[zK]_1^9}{9} - z_2\right) + z_3K\left(\frac{[zK]_1^9}{9} - z_3K\right) + \ldots +$$
$$+ z_8\left(\frac{[zK]_1^9}{9} - z_8\right) + z_9K\left(\frac{[zK]_1^9}{9} - z_9K\right) + \frac{1}{6}(z_1 - z_2 + z_3K - z_4K +$$
$$+ z_5K - z_6K)^2 + \frac{1}{4}(z_3K - z_4K - z_5K + z_6K)^2 + \frac{1}{6}(z_3K + z_4K -$$
$$- z_5K - z_6K + z_7K - z_9K)^2$$

$$d\varphi_2^c = \frac{\rho^c}{2\,bk}(by_3 - by_4 - by_5 + by_6) + \frac{1}{2\,bk}(z_3K - z_4K - z_5K +$$
$$+ z_6K) . d\omega_2^c$$
$$d\varkappa_2^c = \frac{\rho^c}{3\,b}(by_1 - by_2 + by_3 - by_4 + by_5 - by_6) + \frac{1}{3\,b}(z_1 - z_2 +$$
$$+ z_3K - z_4K + z_5K - z_6K)\,d\omega_2^c$$
$$dbz_2 = \frac{1}{12\,k}(by_3 - 5\,by_4 - by_5 + 5\,by_6 - 2\,by_7 + 2\,by_9) +$$
$$+ \frac{1}{12\,k}(z_3K - 5\,z_4K - z_5K + 5\,z_6K - 2\,z_7K + 2\,z_9K) . d\bar{\omega}_2$$
$$dby_2 = \frac{1}{18}(-by_1 + 5\,by_2 - by_3 + 5\,by_4 - by_5 + 5\,by_6 + 2\,by_7 +$$
$$+ 2\,by_8 + 2\,by_9) + \frac{1}{18}(-z_1 + 5\,z_2 - z_3K + 5\,z_4K - z_5K + 5z_6K +$$
$$+ 2\,z_7K + 2\,z_8 + 2\,z_9K) . d\bar{\omega}_2$$

Wie man sieht, sind nicht nur in den letzten 4 Gleichungen die jeweils auftretenden beiden Ausdrücke ähnlich gebaut, sondern auch Zähler und Nenner von $d\omega$ können nach gleichen Gesetzen gebildet werden. Gelingt es nun, diese Formeln so zu programmieren, daß die Dateneingabe in die Maschine mit der Reihenfolge der Messungen zusammenfällt (beziehungsweise umgekehrt), so kann folgender Arbeitsablauf eingehalten werden. Der Klein-Computer wird auf einem fahrbaren Tischchen in unmittelbare Nähe des Auswertegerätes gebracht. Die benötigten Konstanten sind für den in Frage kommenden Ordinatenwert und runde Basisgrößen schon vorher berechnet worden. Der Auswerter fährt den ersten Punkt an und gibt nach Abschluß der Einstellung dem Rechner die by-Lesung und das zugehörige z an. Der Rechner tippt die Daten sofort in die Maschine ein, der Auswerter fährt inzwischen den nächsten Punkt an, stellt ein, liest *by* und *z* ab, der Rechner tippt ein und so fort.

Es hängt jetzt einerseits von der Kapazität der Maschine, andererseits von der Programmierung ab, ob bzw. was und wie oft einzelne Daten im Zuge des Programmablaufes dem Rechner nochmals eingegeben werden müssen.

Bei diesbezüglichen Versuchen im Bundesamt f. E. u. V. in Wien*) wurde eine Programmierung verwendet, bei der die *by*- und *z*-Werte der Reihe nach für die Punkte 1, 3, 5, 2, 4, 6, 8, 7, 9 einzugeben und nach einigen Zwischenrechnungen die *z* in derselben Reihenfolge zu wiederholen waren. Rund 2^{min} nach der Einstellung des letzten Punktes durch den Auswerter lieferte der Computer die errechneten Orientierungsverbesserungen in Klarschrift. Da die Drehungen gleich in ^{c}-Einheiten gegeben wurden, konnten alle Korrekturen sofort am Auswertegerät angebracht und der ganze Arbeitsvorgang wiederholt werden.

Auf diese Art und Weise vorgenommene Versuche ergaben i. a. folgendes Bild. War die Vororientierung nur minimal, so daß erste Verbesserungen in der Größenordnung von ca. 100^{c} *anfielen, dann waren bei relativen Höhenunterschieden im Modell von etwa 5—7‰ zwei bis drei Durchgänge erforderlich. Betrugen die relativen Höhenunterschiede etwa 10‰, dann waren schon durchschnittlich 4 Arbeitsgänge vonnöten. Waren aber gar rund 15‰ Höhenunterschiede im Modell, dann mußte der oben skizzierte Arbeitsvorgang 5 bis 6-mal wiederholt werden!**)*

Wenn also Van der Weele in [8] sagt, daß das Verfahren sehr rasch konvergiert, wenn die Geländeunebenheiten 15‰ der Flughöhe nicht übersteigen, so kann das nur bestätigt werden unter der Voraussetzung, daß die Vororientierung so weit geführt wird, daß nur noch Drehungen von 1 bis max. 2^{c} anfallen. Denn nur dann ist man auch bei derartigen Höhenunterschieden nach dem 2. Durchgang i. a. am Ziel!

Im Durchschnitt konnte aus den Versuchen folgendes Schema abgeleitet werden: fordert der 1. Durchgang Korrekturen in der Größe von etwa $100-150^{c}$*, dann sind aus dem 2. Durchgang noch Drehungen von* $10-30^{c}$ *anzubringen. Erst aus der nächsten Wiederholung resultieren Werte in der Größenordnung von Einer-Bogenminuten und ein 4. Schritt gibt dann noch mehrere Zehntel. Bei diesem letzten Durchgang kann man aber auch deutlich sehen, daß einmalige by-Lesungen an den Schemapunkten keine sicheren Verbesserungen zu rechnen gestatten!* (*Siehe auch Gotthardt in* [9].)

Die Folgerung, die man aus diesen Versuchen ziehen mußte, war eindeutig. Da jede einzelne Wiederholung des geschilderten Arbeitsganges das neuerliche Lesen von *by* (und bei der ersten Wiederholung auch von *z*) erforderlich macht, ist der Gesamtzeitaufwand mindestens gleich der Dauer des einmaligen Lesens der Schemapunkte mal der Anzahl der Wiederholungen. Dieser Aufwand wäre höchstens für das Anfangsmodell bei einer Aerotriangulierung zu rechtfertigen, wo einerseits maximale Genauigkeit erreicht, andererseits aber die letzte Feinheit der

---

*) mit einer Olivetti vom Typ Programma 101.

**) Es mag von Interesse sein, daß bei einem Versuch irrtümlich mit einem Ordinatenwert 152,7 mm gerechnet wurde, statt mit 100 mm, und die Konvergenz sich erst nach rund dreimal sovielen Durchgängen einstellte, wie zu erwarten gewesen wären.

Subjektivität des Auswerters entzogen werden soll. Bei Einzelmodellbearbeitungen dürfte sich aber *kaum ein Zeitgewinn* erzielen lassen, wenn man auf die beschriebene Weise vorgehen wollte, denn ein geübter Operateur schafft die gegenseitige Orientierung, auch bei Modellen mit größeren Höhenunterschieden, in ungefähr der gleichen Zeit. Erst eine wesentliche Reduktion der Anzahl der Durchgänge könnte u. U. einen spürbaren Zeitgewinn bringen. Das wäre vor allem natürlich dann der Fall, wenn eine Vororientierung (optimal) durchgeführt wird.

Um dies auch dem wenig geübten Auswerter, dem also die Wirkungsweise der einzelnen Drehungen noch nicht in Fleisch und Blut übergegangen ist, leicht zu machen, könnte man folgendermaßen vorgehen. Man verzichtet vom Beginn an bewußt darauf, dem Modell eine möglichst genäherte Soll-Lage zu geben und setzt die Basisausrückung null ($\Delta by = \Delta bz = 0$). In jedem Verfahren ist der wahrscheinlichste Wert für $d\omega$ ein qualifiziertes Mittel aus jenen ω-Drehungen, die sich in den einzelnen Profilen ergeben. Man kann daher für eine erste ω-Korrektur jedes beliebige Profil verwenden. Aus den 3 Lesungen von by und z in einem solchen (oberer Rand, unterer Rand, Mitte) ergibt sich bekanntlich

$$\Delta\omega^c = -\rho^c \frac{by_o + by_u - 2\,by_m}{K(z_o + z_u) - 2\,z_m}\,.$$

Setzt man $K = 1{,}59$ dann kann man diese Formel noch einfacher schreiben

$$\Delta\omega^c = -4000\,\frac{by_o + by_u - 2\,by_m}{z_o + z_u - 1{,}25\,z_m}$$

wobei by und z in Maschinenmillimeter einzusetzen sind. $K = 1{,}59$ verlangt, bei einem Weitwinkel mit $f = 152{,}7$ mm zum Beispiel, einen Ordinatenabstand von 117 mm. Das ist bei dem zur Diskussion stehenden Format 23 cm $\times$ 23 cm schon etwas außerhalb des Bildes. Da diese Formeln nur einfache, grobe Näherungswerte geben sollen, kann man ohne weiteres auf 110 mm Ordinatenabstand gehen, umso mehr als Schmid in [10] nachgewiesen hat, daß Abweichungen von der streng geforderten Punktlage in der Größe von $\pm 5\%$ der Basislänge keinen nennenswerten Einfluß ausüben.

Auch für eine erste grobe φ-Korrektur kann man eine ähnlich einfache Formel entwickeln. Verzichtet man auch darauf, den später zu verbessernden Maßstab schon im Zuge der gegenseitigen Orientierung genähert einzudrehen, dann kann man mit einem konstanten Basiswert operieren. Wie Jerie in [11] abgeleitet hat, ist

$$d\widehat{\varphi} = \frac{1}{2\,kb}\,(by_3 - by_5 - by_4 + by_6) + \frac{1}{2\,kb}\,(z_3K - z_5K - z_4K + z_6K)\,.\,d\widehat{\omega}.$$

Trachtet man wieder danach, für die Konstanten möglichst runde Werte zu bekommen, dann kann man (natürlich wieder für die schon oben genannten Verhältnisse)

$\Delta\varphi^c = 20\,.\,(by_3 - by_5 - by_4 + by_6) + 0{,}005\,\Delta\omega^c(z_3 - z_5 - z_4 + z_6)$ setzen, wenn man der Modellbasis die Größe 220,7 mm gibt. Da das 2. Glied der letzten Formel gegenüber dem ersten i. a. wesentlich kleiner ist, kann man den Fehler von etwas über 2% vernachlässigen, den man begeht, wenn man den strengen Wert der Konstanten (0,0048) durch den abgerundeten ersetzt. (Ist der Einfluß der ω-Drehung, der im 2. Glied zum Ausdruck kommt, 10^c zum Beispiel, dann wird in $\Delta\varphi$ erst $0{,}25^c$ Fehler durch die Aufrundung gemacht.)

Mit den so festgelegten Größen für die Ordinaten und die Basis lassen sich auch für die anderen Elemente primitive Näherungsformeln rechnen, vor allem noch

$$\Delta bz = -0{,}7\,(by_4 - by_6) - \frac{z_4 - z_6}{6000}\,\Delta\omega^c.$$

$\Delta\varkappa$ wird man aber gar nicht erst rechnen, da man sowieso vor einer Wiederholung der Vororientierung erst auskanten wird.

Bei einer Längsüberdeckung von rund 60% wird die Basis zwischen 90 und 95 mm (im Bild) schwanken. Mit der oben genannten konstanten Modellbasislänge wird man sich daher im z zwischen 350 und 400 mm bewegen, so daß man auch bei größeren Höhenunterschieden noch im Maschinenbereich (des Wild A 7 zum Beispiel) bleibt.

Handelt es sich also um Weitwinkelaufnahmen (23 cm $\times$ 23 cm Cronarfilm etwa), die für numerische Bearbeitungen einzelmodellweise ausgewertet werden sollen und kann man (im Hinblick auf eine rechnerische räumliche Transformation der Maschinenkoordinaten zum Beispiel) auf eine bestimmte absolute Modellage sowie einen genauen Maßstab verzichten, dann kann man für alle Modelle eine vorgegebene konstante Modellbasisgröße verwenden, die schon zu Beginn eingedreht werden kann und mit ihren stets gleich bleibenden Konstanten es auch dem ungeübten Auswerter gestattet, selbst Modelle mit großen Höhenunterschieden gut vorzuorientieren. Jede Genauigkeitssteigerung bei diesen Arbeitsgängen wäre aber sinnlos, da bei kleinen Drehungen die in den Einfachformeln gemachten Vernachlässigungen sich nicht mehr auswirken, andererseits bei großen Drehungen zu bedenken ist, daß die errechneten Werte sich nicht auf die Geräteachsen beziehen, die ja, je nach der vorgenommenen Reihenfolge der Rotationen, aus ihren Nullstellungen verschieden herausgedreht werden! Es müßten daher unbedingt die Einflüsse der Achsstellungen, die Bernhard in [12] berechnet hat, Berücksichtigung finden. Aus dieser Arbeit geht aber auch hervor, daß es vorteilhaft ist, schon zu Beginn jede Basisausrückung zu vermeiden, das heißt $by = bz = 0$ zu machen und bewußt darauf zu verzichten, dem Modell schon eine genäherte Soll-Lage zu geben. Die Korrektionen hängen dann nur von den Ausgangsneigungen ω und φ, sowie von der Größe der Orientierungsverbesserungen ab. Die Berechnung nach einer Programmierung dieser Korrektionen scheint dem Verfasser, im Hinblick auf die beschränkte Kapazität der Tisch-Computer, zu langwierig. Es ist sicher vorteilhafter die Vororientierung, falls erforderlich, zu wiederholen und die Einflüsse der Achsstellungen direkt aus den in [12] enthaltenen Tabellen erst dann zu entnehmen und anzubringen, wenn die nächsten Drehungen kleiner als 10^c etwa zu erwarten sind.

Nun wäre es auch günstig das Modell in sich widerspruchsfrei zu machen, das heißt eine Ausgleichung der Beobachtungen vorzunehmen. Schmid hat in [10] die einzige Bedingungsgleichung, die in einem Modell mit 6 Punkten (bei gleichen Ordinaten im Bild) vorliegt, in ihrer allgemeinsten Form, also unter Berücksichtigung der unterschiedlichen z, abgeleitet. Erst wenn in dieser Gleichung $z_1 = z_2 = \ldots = z$ wird, dann geht sie in die bekannte Formel für ebenes Gelände über: $(2\,p_1 - p_3 - p_5) - (2\,p_2 - p_4 - p_6) = 0$. Dies erscheint dem Verfasser wesentlich, denn bei großen Höhenunterschieden im Modell würde man mit der Einführung einer vereinfachten Bedingungsgleichung Vernachlässigungen begehen, die nicht leicht abschätzbar sind. Im Anschluß daran reduziert Schmid die nun ausgeglichenen, aber in verschiedenen z-Niveaus gemessenen Parallaxen alle in den z_1-Bereich. Mit den so erhaltenen ausgeglichenen Ebenenparallaxen kann man für die 5 Orientierungsunbekannten (ohne weitere Ausgleichung) die wahrscheinlichsten Werte rechnen, indem man nur in die Gleichungen für die Ebene eingeht.

Leider erfordern die Berechnungen von Schmid viele, unterschiedliche Rechenoperationen, so daß die Wahrscheinlichkeit, sie für einen Tisch-Computer gut brauchbar programmieren zu können, sehr gering ist.

Eine andere Möglichkeit die „Hauptphase" durch Zuhilfenahme eines Klein-Computers einfacher zu gestalten, wäre die, in den klassischen 6 Schemapunkten by und z zu lesen und nach den Formeln von Jerie z. B. die Orientierungselemente als wahrscheinlichste Werte einer Ausgleichung zu erhalten. Man könnte auch nach Kasper zuerst das $d\omega$ ermitteln, sodann dessen Einfluß auf die einzelnen Parallaxen rechnen und mit diesen sogenannten Hilfsparallaxen in die ebenen Formeln eingehen. Welche Art man für die Praxis wird vorschlagen können, wird davon abhängen, wieviele Eingaben mit wieviel Programmkarten in welcher Zeit erforderlich sind.

Das Ideal der rechnerischen Orientierung wäre wohl das, ohne Vororientierung, mit by- und z-Lesungen in einer bestimmten Anzahl von Punkten in einem einzigen Durchgang das Auslangen zu finden. Die Berechnung der Orientierungselemente müßte unter Bedachtnahme auf die Bedingungsgleichung und die Glieder höherer (zumindest zweiter) Ordnung erfolgen und zum Schluß noch die Korrektionen wegen der Achsstellungen angeben: ein Programm, dem ein Tisch-Computer nicht mehr gewachsen ist.

Wenn man in Zukunft u. U. jedes Modell in *der* zufälligen Raumlage numerisch auswerten wird, mit der es aus der gegenseitigen Orientierung hervorgeht, wird man vielleicht dieser Arbeitsphase noch mehr Aufmerksamkeit schenken als bisher.

Zusammenfassung

Will man großformatige Filmweitwinkelaufnahmen für numerische Auswertungen gegenseitig *objektiv* und *optimal* orientieren, dann ist es mit Hilfe eines Tisch-Computers ohne weiteres möglich, die Konvergenz des Verfahrens an Hand einer mehr oder weniger großen Zahl von Wiederholungen zu verfolgen. Dabei kann man als Richtschnur annehmen, daß die Korrekturdrehungen pro Durchgang um eine Zehner-Potenz kleiner werden.

Ein solcher Einsatz könnte vielleicht sogar wirtschaftlich werden, wenn durch eine Vororientierung als 1. Phase die Parallaxen unter $\sim 0{,}5$ mm reduziert worden sind. Eine 2. Phase würde sich dann am besten auf die 6 Gruber'schen Punkte erstrecken. Aus den by- und z-Lesungen könnten über verhältnismäßig leicht zu programmierende Formeln (von Jerie oder Kasper etwa) die Unbekannten bestimmt und am Auswertegerät angebracht werden. In einer 3. Phase sollte man schließlich das Modell an möglichst vielen Stellen beurteilen und daher auf mindestens 9 Punkte in Form von 3 Profilen übergehen. Ihre Daten könnten einer Programmierung eingegeben werden, die auf dem Hallert'schen Schema für 9 Punkte beruht, aber für gebirgiges Gelände erweitert wurde. Die aus Mehrfachmessungen resultierenden letzten Feinkorrekturen würden ein Höchstmaß an Objektivität bringen.

Es wäre sicher interessant diese Möglichkeiten der gegenseitigen Orientierung im Dauerbetrieb zu prüfen. Könnte bei routinierter Handhabung der 3 Phasen vor allem dann mit einer,

wenn auch nicht überwältigenden Zeiteinsparung gegenüber dem empirischen Verfahren gerechnet werden, wenn große Höhenunterschiede im Modell auftreten? Ein unbestreitbarer Gewinn würde darin bestehen, die Erfassung der letzten Feinheiten der Subjektivität des Auswerters entziehen zu können.

Literaturverzeichnis

[1] *Stickler* und *Waldhäusl:* Interpretation der vorläufigen Ergebnisse der Versuche der Kommission C . . . ÖZfV, OEEPE-Sonderveröffentlichung Nr. 3, 1967.

[2] *Kasper:* Ein numerisches Verfahren des Folgebildanschlusses für gebirgiges Gelände, SZfV u. K., 1950.

[3] *Meeus* und *Thiriar* (Photo Gevaert): Kontrolle der Planheit der phot. Platten . . . Photogrammetria, 1958.

[4] *Kovarik:* Erfahrungen mit Cronarfilm bei einer großmaßstäblichen, numerischen Punktbestimmung, ÖZfV, 1967.

[5] *Schmid:* Fehlertheorie der gegenseitigen Orientierung von Luftbildern unter Zugrundelegung eines Orientierungspunktgitters, Öst. Akademie der Wiss., math. naturw. Klasse, 159. Bd., 1950.

[6] *Kasper:* Am Wild-Autographen ausgeführte Versuche im Hinblick auf die Genauigkeit und die Wirtschaftlichkeit einiger neuer gegenseitiger Orientierungsvorgänge . . ., Bulletin de la Société Belge de Photogrammétrie, 1949.

[7] *Hallert:* Contribution to Theory of Errors for Double Point Intersection in Space, Transactions of the Royal Institute of Technology, Stockholm Nr. 35, 1950.

[8] *Van der Weele:* Die numerische gegenseitige Orientierung auf die Aerotriangulation angewendet, Bulletin de la Société Belge de Photogrammétrie, 1951.

[9] *Gotthardt:* Zur Genauigkeit der rechnerischen und der optisch-mechanischen gegenseitigen Orientierung, AVN, 1953.

[10] *Schmid:* Die funktionellen Zusammenhänge von *y*-Parallaxengröße und Beobachtungsort in einem Stereomodell, . . . ÖZfV, 1954.

[11] *Jerie:* Beitrag zum numerischen Orientierungsverfahren für gebirgiges Gelände, Photogrammetria, 1953/54.

[12] *Bernhard:* Über den Einfluß der Achsstellungen des Auswertegerätes auf die gegenseitige Orientierung von Luftaufnahmen, Photogrammetria, 1953/54.

Über räumliche Transformationen

von *Peter Leeb*, Wien

(Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen)

1. Einleitung

Die absolute Orientierung eines Modelles auf Grund gegebener Paßpunkte wird bekanntlich durch Verschiebung und räumliche Drehstreckung eines bereits gegenseitig orientierten Modelles erreicht. An den Analoggeräten wird die Verschiebung des Modelles i. a. mit Hilfe der Koordinatenzählwerke durchgeführt. Die Streckung und Drehung geschieht durch entsprechende Änderung der Basiskomponenten bzw. durch gemeinsame Kammerbewegungen.

In der Praxis bedient man sich dazu, falls nicht überhaupt empirisch gearbeitet wird, einiger einfacher Näherungsformeln. Durch schrittweise Anwendung dieser Formeln kommt man zu befriedigenden Ergebnissen.