

Paper-ID: VGI_193605



Ueber die Scheimpflug-Bedingung bei Entzerrungsgeräten

Hans Löschner ¹

¹ *Brünn*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **34** (2), S. 23–26

1936

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Loeschner_VGI_193605,  
Title = {Ueber die Scheimpflug-Bedingung bei Entzerrungsger{\a}ten},  
Author = {L{\o}schner, Hans},  
Journal = {{\0}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
Pages = {23--26},  
Number = {2},  
Year = {1936},  
Volume = {34}  
}
```



gungswertes der Geraden ist gleich der Abszissenquadratsumme im Schwerpunktsystem. Für ungleichgewichtige Punkte hätte die Formel zu lauten:

$$\begin{aligned} [\nu \bar{x}^2] &= [\nu x^2] - 2 [\nu \bar{x}] x_s - n x_s^2; & [\nu \bar{x}] &= 0 \\ [\nu \bar{y}^2] &= [\nu y^2] - n x_s^2. \end{aligned}$$

Anders liegen die Dinge beim Gewichte des Höhenlagewertes. Dieses ist von der Lage des Bezugssystems selbstverständlich nicht unabhängig, d. h. ein vom Koordinatenmittelpunkt entfernterer Punkteschwarm bestimmt die Höhenlage des Durchschnittspunktes seiner besten Geraden mit der Ordinatenachse — ceteris paribus — weit ungenauer als ein nahe gelegener.

Man kann aber auch hier die Gauß'sche Formel $\Pi_b = n - \frac{[x]^2}{[x^2]}$ in eine leichter faßbare und leichter merkbare Form bringen, wenn man die Schwerpunktskoordinaten einführt. Es wird dann, da

$$\begin{aligned} x_s^2 &= \frac{[x]^2}{n^2} \text{ ist, also } [x]^2 = (n x_s)^2 \\ \Pi_b &= n - \frac{n (n x_s^2)}{[x^2]} = n \cdot \frac{[x^2] - n x_s^2}{[x^2]} = n \cdot \frac{\Pi_a}{[x^2]} = n \cdot \frac{[\bar{y}^2]}{[x^2]}. \end{aligned}$$

Der Wert n erhält also, wenn er allgemein als Gewichtsmaß der Höhenlage des Ordinatenmittelpunktes b gelten soll, als Korrekturfaktor das Verhältnis der Abszissenquadratsummen in den beiden Koordinatensystemen. Dieser Faktor wird, wenn das Schwerpunktsystem gilt, gleich 1 und mit der Entfernung des Schwarmes vom Ursprung wird er rasch kleiner.

Für den Fall ungleichgewichtiger Punkte heißt die Formel:

$$\Pi_b = n \cdot \frac{[\nu \bar{y}^2]}{[\nu x^2]}.$$

Wenn nun auch diese Überlegungen für den Geodäten durchaus entbehrlich sein mögen, worüber mir kein Urteil zusteht, so glaube ich doch sagen zu können, daß sie für den Biologen als Anleitung zur exakten Fassung gewisser Aussagen und Vergleiche von Nutzen sind.

Ueber die Scheimpflug-Bedingung bei Entzerrungsgeräten.

Von Prof. Dr. Hans Löschner in Brünn.

Nach der dioptrischen Abstandsformel ist

$$b = \frac{g f}{g - f} \dots \dots \dots (1)$$

wenn b die Bildweite, g die Gegenstandsweite, f die Brennweite bedeutet. Um eine scharfe Abbildung einer Figur, die sich auf der Diapositiv- oder Bildebene (\mathfrak{B} . \mathfrak{G} .) (Abb. 1) befindet, auf einer anderen geneigten Ebene, der Projektionsebene (\mathfrak{P} . \mathfrak{G} .), zu erzeugen, muß die Abstandsformel (1) für jeden Punkt P erfüllt sein. Dies findet nach Scheimpflug, der dieses Problem die „Projektion

im Winkel“ genannt hat, statt, wenn die Objektivenebene (D. G.) durch die Schnittlinie der Bildebene mit der Projektionsebene hindurchgeht *). Ein einfacher Beweis, daß in diesem Falle eine scharfe Abbildung von Figuren zwischen zu einander geneigten Ebenen stattfindet, ergibt sich konstruktiv aus der bekannten geometrischen Konstruktion von Bildern bei Sammellinsen, was namentlich im Unterricht das Verständnis für die Sache fördern kann.

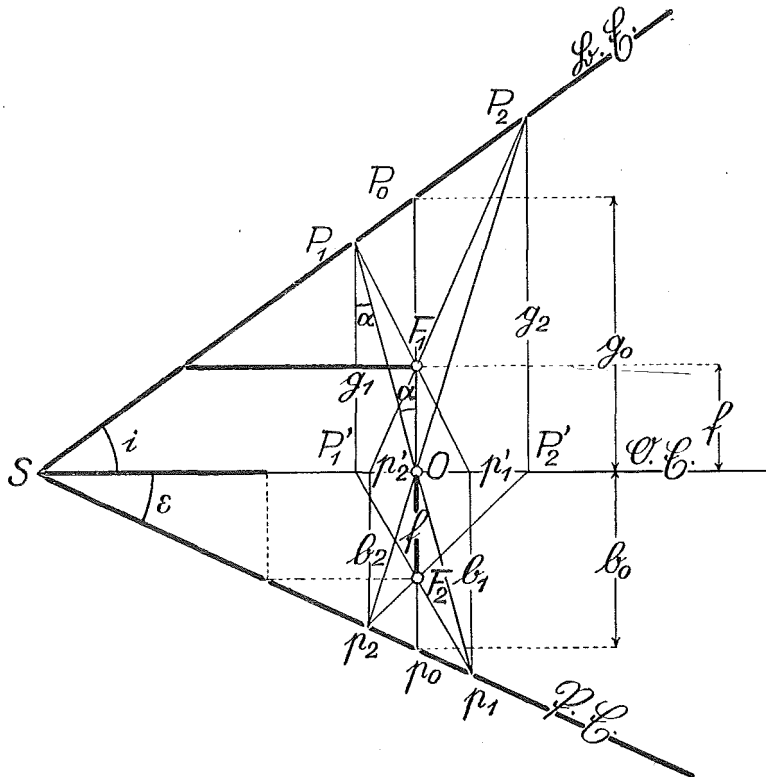


Abb. 1.

In Abb. 1 bedeutet O den Objektiv-Mittelpunkt des Projektions-Apparates und f die geeignete Objektiv-Brennweite. Ist diese Brennweite f so gewählt, daß für einen Punkt P_1 auf der Bildebene (Diapositivebene) eine scharfe Abbildung p_1 auf der Projektionsebene (Schirmebene) erscheint, so liefert die geometrische Konstruktion des Bildes zu einem beliebigen anderen Punkt P_2 der Bildebene (D. G.) wieder ein scharfes Bild p_2 .

Aus Gl. (1) erhält man durch Einsetzen von g_0 und b_0 (vgl. Abb. 2):

$$f = \frac{b_0 \cdot g_0}{g_0 + b_0} \dots \dots \dots (2)$$

oder

$$f = \frac{g_0 \cdot \operatorname{tg} \varepsilon}{\operatorname{tg} \varepsilon + \operatorname{tg} i} \dots \dots \dots (3)$$

*) Photographische Korrespondenz Bd, 35, 1898, S. 114 ff,

Nach (1) gilt für jeden Punkt bei scharfer Abbildung die Beziehung:

$$b : f = g : (g - f) \dots \dots \dots (1^*)$$

Aus Abb. 1 ist zu ersehen, daß diese Beziehung tatsächlich auch bei einer Neigung zwischen Bild- und Projektionsebene gilt. Für den Punkt P_1 folgt z. B. mit $OP_1' = m$ und $Op_1' = n$:

$$b_1 : f = (m + n) : m \dots \dots \dots (3)$$

Nun ist

$$g_1 : f = (m + n) : n \dots \dots \dots (4)$$

und daraus

$$g_1 : (g_1 - f) = (m + n) : m \dots \dots \dots (5)$$

somit

$$b_1 : f = g_1 : (g_1 - f) \dots \dots \dots (6)$$

Diese mit (1) identische Beziehung gilt für alle im Bereiche des Interesses liegenden Punkte bei der „Projektion im Winkel“.

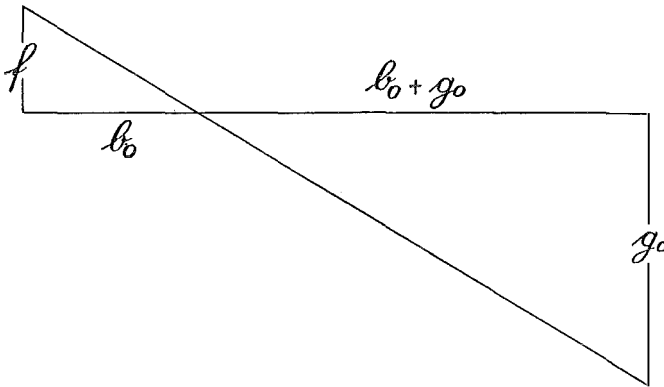


Abb. 2.

Führt man als Ablenkungswinkel des Hauptstrahles von der optischen Achse des Objektivs den Winkel α ein und setzt man $\overline{SO} = s$, so folgt für einen Punkt P_1 :

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= (s - m) \cdot \text{tg } i \\ b_1 &= (s + n) \cdot \text{tg } \epsilon \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

ferner

$$m = g_1 \text{tg } \alpha \quad \text{und} \quad n = b_1 \text{tg } \alpha \dots \dots \dots (8)$$

Hiebei ist das Vorzeichen von m und n positiv oder negativ, je nachdem diese Strecken links oder rechts von O liegen.

Setzt man die Werte von (7) und (8) in (1) ein, so folgt für P_1 :

$$\text{tg } \epsilon = \frac{f \cdot (s - g_1 \cdot \text{tg } \alpha) \cdot \text{tg } i}{(s + b_1 \cdot \text{tg } \alpha) \cdot [(s - g_1 \cdot \text{tg } \alpha) \text{tg } i - f]} \dots \dots \dots (9)$$

Aus dieser allgemeinen Formel (9) ergibt sich für den Punkt P_0 in der optischen Achse des Objektivs mit $\alpha = 0$ die einfache Formel:

$$\text{tg } \epsilon = \frac{f}{g_0 - f} \cdot \text{tg } i \dots \dots \dots (10)$$

Diese Formel (10) ergibt sich auch unmittelbar aus Abb. 1 mit:

$$g_0 = s \text{tg } i \quad \text{und} \quad b_0 = s \text{tg } \epsilon$$

welche Ausdrücke in (1) einzusetzen sind. Hiemit sind wir zu der von Th. Scheimpflug a. a. O. aufgestellten Formel (10) gelangt.

Aus Gl. (10) folgt durch Ausmultiplizieren:

$$(g_0 - f) \operatorname{ctg} i = f \cdot \operatorname{ctg} \varepsilon \dots \dots \dots (11)$$

was auch in Abb. 1 zutrifft.

Brünn, im Juni 1935.

Koordinatenberechnung aus dem Einschneiden mittels einer Doppelmaschine.

Von Ing. Zoltán Tamás. Budapest.

(Schluß.)

C. Nachträgliche Bestimmung von $\operatorname{sgn}(x)$. Für den allgemeinen Fall haben wir angenommen, daß das Vorzeichen von x unbekannt ist. Aber die ganze Angleichung läßt sich auf Grund der Hauptregel Nr. II durchführen, ohne uns zu kümmern, ob das Vorzeichen von x bekannt ist oder nicht. Das will bedeuten, daß die Regel (α) dadurch entbehrlich ist. Unter solchen Umständen wird die Berechnung zwar vollzogen, aber das Vorzeichen von x bleibt noch immer unbekannt.

Der Wert von x erscheint im Zählwerke mit weißen oder roten Ziffern. Das Vorzeichen von x bekommen wir durch

$$\operatorname{sgn} x = \operatorname{sgn}(f) \cdot \operatorname{sgn}(\operatorname{tg} \rho_2) \dots \dots \dots (\beta)$$

In dieser Gleichung bedeutet f die Farbe der Ziffern im Zählwerke. Selbstverständlich ist $\operatorname{sgn} f = +$ für die weiße, $\operatorname{sgn} f = -$ für die rote Farbe. Die Richtigkeit der Gleichung (β) folgt daraus, daß der Drehsinn in dem dritten Schritte laut Tafel Nr. 1 durch $\operatorname{sgn} f = \operatorname{sgn}(\operatorname{tg} \rho_2 \cdot x)$ gegeben ist.

D. Gebrauch der Feldskizze. Während der Feldarbeit werden die Detailpunkte in die Feldskizze eingezeichnet und zugleich eingetragen, aus welchen Grundpunkten die Detailpunkte zum Einschneiden gelangen. Mit Hilfe der Feldskizze können wir die Sektion des Neupunktes und der Grundpunkte, also auch die Vorzeichen der reduzierten Koordinaten ohne Rechnung feststellen. Wir können daher sämtliche Daten für die Maschinenbehandlung noch vor dem Beginn der Maschinenrechnung endgültig feststellen. Die Feldskizze wird in einem gewissen Maßstab gefertigt. In den meisten Fällen können wir die x -Abszissenwerte der neuen Punkte mit einem Fehler unter 20 Meter von der Feldskizze abgreifen. Wenn das versuchsweise Kurbeln im dritten Schritte sofort mit dem graphischen Näherungswert von x angefangen wird, so daß der Näherungswert in das Zählwerk eingekurbelt wird, können wir dadurch den Rechnungsgang in bedeutendem Maße verkürzen. Es können aber auch die eventuellen groben Fehler entdeckt werden. Wir betonen, daß der Gebrauch der graphischen Näherungswerte keine Notwendigkeit ist, aber nur ein praktisch begründetes Verfahren.

Wir müssen aber aufmerksam machen, daß die graphische Bestimmung der Vorzeichen von y und x fehlerhaft ausfallen kann, besonders bei solchen