Anpassung einer Neumessung an den Stand eines Operates älteren Ursprungs

H. F. van Riel [1]

[1] *Lektor an der landwirtschaftlichen Hochschule in Wageningen (Holland)*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **23** (1), S. 9–13

1925

Liegen für den Markscheider irgendwelche Bedenken vor, für m_β und m_s seinen eigenen früheren Messungen Erfahrungswerte zu entnehmen oder die Werte zu schätzen, so wird er auch nicht weit fehlgehen, wenn er solche Werte nimmt, welche allgemeineren Erfahrungen entsprechen.

So wird der Markscheider etwa von dem Werte

$$m_\beta = \pm 15''$$

ausgehen können, wenn die Winkel in jeder Fernrohrlage einmal gemessen werden sollen und wenn die Zentrierungsfehler dadurch klein gehalten werden, daß mit Zwangzentrierung gearbeitet werden soll.

Für m_s wird er auf nachstehende Weise zu einem hinreichend brauchbaren Wert gelangen können: er wird sich zunächst überlegen, zwischen welchen äußersten Vertikalneigungen im großen ganzen die Polygonseiten des Durchschlagzuges liegen. Es genügt dabei die Feststellung, ob etwa zwischen $\pm 5^0$, $\pm 45^0$ oder ob die Neigungen der Seiten gar zu einem wesentlichen Prozentsatz mehr als $\pm 45^0$ betragen. Je nachdem, welcher dieser drei Fälle vorliegt, wird er sich dann folgender Formeln bedienen können:

$$\left.\begin{array}{ll} \pm\ 5^0 & m_s = \sqrt{4 + \frac{1}{4200} \cdot s} \\ \pm\ 45^0 & m_s = \sqrt{4 + \frac{1}{2200} \cdot s} \\ \text{über } 45^0 & m_s = \sqrt{4 + \frac{1}{1000} \cdot s} \end{array}\right\} \quad m_s \text{ und } s \text{ in } mm!$$

Für s ist dabei die durchschnittliche Seitenlänge des Durchschlagzuges einzusetzen, also das arithmetische Mittel aller voraussichtlich zu messenden Seitenlängen.

Nachdem der Durchschlagzug dann wirklich gemessen worden ist, denke ich mir eine zweite Benützung der in § 5 aufgestellten Formel in der Art, daß nunmehr in die Formel diejenigen Werte für m_s und m_β eingesetzt werden, welche sich nach § 6 und § 7 aus dem Durchschlagzuge selber berechnen lassen.

Anpassung einer Neumessung an den Stand eines Operates älteren Ursprungs.

Von H. F. van Riel, Lektor an der landwirtschaftlichen Hochschule in Wageningen (Holland).

Die beiden Aufsätze der Herren Ing. A. Morpurgo und F. Praxmeier in dieser Zeitschrift, Band XXII, über die Anpassung einer Neumessung an eine Karte älteren Ursprungs, veranlassen mich zu folgenden Auseinandersetzungen, welche hoffentlich den Leser interessieren werden.

I. Die gleiche Lösung der Aufgabe, nach den Formeln 11 und 12 auf Seite 62, mit Vereinfachung durch Einführung der W, ist vor ungefähr zehn Jahren bei der Katasterbehörde in Amsterdam von den damaligen Landmessern M. de Vos und J. Bingen gefunden worden, als ihnen oblag, ein größeres Triangulierungsnetz, das im System der Landestriangulierung festgelegt war, mit der älteren Katasterkarte der Umgebung von Amsterdam von 1884 zu verbinden.

Die Entwicklungen befinden sich in den amtlichen Akten und haben, soweit mir bekannt, keine weitere Anwendung gefunden.

II. Die Lösung kann allgemeiner gefaßt werden, wodurch gleichzeitig einige Beschwerden, welche man wider die Voraussetzungen erheben könnte, beseitigt werden.

In den gegebenen Formeln wird nämlich nicht Rechnung getragen dem Umstand, daß die beiden Systeme in verschiedenen Kartenprojektionen berechnet sein können, oder daß etwa das System I ohne Korrektion für Projektion berechnet wurde, während das System II durch Kartenprojektion verzerrt ist. Auf einfache Weise können solche Verzerrungen berücksichtigt werden. Nach den Tissotschen Sätzen wird ein sehr kleiner Teil der Erdoberfläche durch jede Kartenprojektion affin verzerrt. Die Umrechnung eines so kleinen Teils der Erdoberfläche als ein lokales Triangulationsgebiet kann also stattfinden mittels der Transformation:

$$x' = a_1 x + b_1 y + c_1$$
$$y' = a_2 x + b_2 y + c_2$$

Fügt man diese Transformation zu der Ähnlichkeitstransformation, welche zur Lösung unserer Aufgabe auf Seite 61 formuliert wurde, so folgt die allgemeine, affine Transformation:

$$x' = A_1 x + B_1 y + C_1$$
$$y' = A_2 x + B_2 y + C_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Weiter sei bemerkt, daß bei Entnahme der Koordinaten der Anschlußpunkte aus einer Karte der Papiereingang nur dann durch eine Ähnlichkeitstransformation berücksichtigt wird, wenn derselbe in allen Richtungen der gleiche ist. Erfahrungsgemäß ist das nicht immer der Fall. Ist der Papiereingang in den verschiedenen Richtungen verschieden, so kommt wieder die affine Transformation diesen Verzerrungen entgegen. Auch kommt es, wenigstens bei uns, vielfach vor, daß in der älteren Karte die Lage der Punkte auf Geraden der Wirklichkeit ziemlich gut entspricht, während die Winkel größere Verzerrungen aufweisen. In diesem Falle gibt die affine Abbildung besseren Anschluß als eine ähnliche.

Aus all diesen Gründen tut man besser, als Ausgangspunkt des ganzen Verfahrens die allgemeine, affine Transformation (1) zu wählen. Die Größen c_1 und c_2 entsprechen den Verschiebungen dx und dy des Herrn Morpurgo; zwischen den Größen $A_1\, B_1\, A_2\, B_2$ bestehen nicht mehr genau die Beziehungen $A_1 = B_2 \;\; A_2 = -B_1$.

Drei Punkte, in beiden Systemen I und II bekannt, genügen zur Lösung der Unbekannten $A_1\, B_1\, C_1\, A_2\, B_2\, C_2$.

Sind mehr Punkte in beiden Systemen gegeben, so kann den sämtlichen Transformationsgleichungen nur Genüge geleistet werden, indem wir setzen:

$$x'_K + v_{x_K} = A_1 x_K + B_1 y_K + C_1, \quad y'_K + v_{y_K} = A_2 x_K + B_2 y_K + C_2 \; (K = 1 \ldots n)$$

Dieses Gleichungssystem ist nur lösbar, wenn noch sechs Bedingungen hinzugefügt werden, welche man bekannterweise resultieren läßt aus der allgemeinen Bedingung:

$$[vv] = [v_x v_x] + [v_y v_y] = \text{Minimum} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

Man findet:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial [vv]}{\partial A_1} &= 0 \qquad [xx]\, A_1 + [xy]\, B_1 + [x]\, C_1 - [xx'] = 0 \\
\frac{\partial [vv]}{\partial B_1} &= 0 \qquad [xy]\, A_1 + [yy]\, B_1 + [y]\, C_1 - [yx'] = 0 \\
\frac{\partial [vv]}{\partial C_1} &= 0 \qquad [x]\, A_1 + [y]\, B_1 + n\, C_1 - [x'] = 0 \quad \ldots \ldots \quad 3) \\
\frac{\partial [vv]}{\partial A_2} &= 0 \qquad [xx]\, A_2 + [xy]\, B_2 + [x]\, C_2 - [xy'] = 0 \\
\frac{\partial [vv]}{\partial B_2} &= 0 \qquad [xy]\, A_2 + [yy]\, B_2 + [y]\, C_2 - [yy'] = 0 \\
\frac{\partial [vv]}{\partial C_2} &= 0 \qquad [x]\, A_2 + [y]\, B_2 + n\, C_2 - [y'] = 0.
\end{aligned}$$

Man sieht sogleich, daß diese Gleichungen sich einfacher gestalten falls $[x] = 0$, $[y] = 0$, was ohne Schwierigkeit durch Verschiebung des Koordinatensystems I nach dem Schwerpunkte der Anschlußpunkte herbeigeführt werden kann.

Man löst dann:

$$C_1 = \frac{[x']}{n} \qquad C_2 = \frac{[y']}{n} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 4)$$

Diese Größen werden gleich Null, falls das Koordinatensystem II ebenfalls auf s e i n e n Schwerpunkt als Ursprung bezogen wird.

Werden diese Reduktionen vorausgesetzt, so löst man:

$$\begin{aligned}
A_1 &= \frac{[yy]\,[xx'] - [xy]\,[yx']}{[xx]\,[yy] - [xy]^2} \\
B_1 &= \frac{[xx]\,[yx'] - [xy]\,[xx']}{[xx]\,[yy] - [xy]^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 5) \\
A_2 &= \frac{[yy]\,[xy'] - [xy]\,[yy']}{[xx]\,[yy] - [xy]^2} \\
B_2 &= \frac{[xx]\,[yy'] - [xy]\,[xy']}{[xx]\,[yy] - [xy]^2}
\end{aligned}$$

Die Ausrechnung dieser Formeln kann vereinfacht werden, sobald die Systeme I und II ungefähr gleich orientiert sind. Nachdem die Koordinaten auf die Schwerpunkte bezogen sind, werden dann x und x', y und y' nahezu einander gleich. Man setzt dann:

$$x' = x + \triangle x \qquad y' = y + \triangle x \quad \text{und findet aus 1)}$$

$$\begin{aligned}
\triangle x &= (A_1 - 1)\, x + B_1\, y + C_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 6) \\
\triangle y &= A_2\, x + (B_2 - 1)\, y + C_2
\end{aligned}$$

Statt 5) findet man in diesem Falle:

$$\begin{aligned}
A_1 - 1 &= \frac{[yy]\,[x \triangle x] - [xy]\,[y \triangle x]}{[xx]\,[yy] - [xy]^2} \\
B_1 &= \frac{[xx]\,[y \triangle x] - [xy]\,[x \triangle x]}{[xx]\,[yy] - [xy]^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 7)
\end{aligned}$$

$$A_2 = \frac{[yy]\,[x\,\triangle y] - [xy]\,[y\,\triangle y]}{[xx]\,[yy] - [xy]^2}$$

$$B_2 - 1 = \frac{[xx]\,[y\,\triangle y] - [xy]\,[x\,\triangle y]}{[xx]\,[yy] - [xy]^2}$$

Wenden wir die Formeln an auf die Beispiele 1 und 3.

B e i s p i e l 1. Die Abteilung I bleibt unverändert. In Abteilung II kommt die neue Spalte 16 *a* hinzu für $x_r\, y_r$ mit einer Summe $+$ 259610, 42

Die Rechnung nach den Formeln 5) liefert:

$$A_1 = +\,0.899465$$
$$B_1 = +\,0.394332$$
$$A_2 = -\,0.399671$$
$$B_2 = +\,0.905378.$$

$A_1\, x_r$	$B_1\, y_r$	X_r	$v_x = x'_r - X_r$	$v_x\, v_x$	$X = X_r + x'_s$*)
− 491.818	− 47.426	− 539.24	− 0.88	0.7744	+ 15.78
− 351.700	+ 70.080	− 281.62	+ 0.80	0.6400	+ 273.40
+ 110.643	+ 108.891	+ 219.53	+ 0.65	0.4225	+ 774.55
+ 483.642	+ 148.872	+ 632.51	− 1.13	1.2769	+ 1187.53
+ 395.602	− 58.476	+ 337.13	+ 0.75	0.5625	+ 892.15
− 146.379	− 221.938	− 368.32	− 0.20	0.0400	+ 186.70
			$[v_x\, v_x]$ =	3.7163	

$A_2\, x_r$	$B_2\, y_r$	Y_r	$v_y = y'_r - Y_r$	$v_y\, v_y$	$Y = Y_r + y'_s$*)
+ 218.536	− 108.890	+ 109.65	+ 0.70	0.4900	+ 659.40
+ 156.275	+ 160.904	+ 317.18	+ 0.67	0.4489	+ 866.93
− 49.164	+ 250.011	+ 200.85	− 1.40	1.9600	+ 750.60
− 214.903	+ 341.807	+ 126.90	− 0.45	0.2025	+ 676.65
− 175.783	− 134.258	− 310.04	+ 1.89	3.5721	+ 239.71
+ 65.042	− 509.565	− 444.52	− 1.43	2.0449	+ 105.23
			$[v_y\, v_y]$ =	8.7184	
			$[v_x\, v_x]$ =	3.7163	
			$[vv]$ =	12.4347	

*) $x'_s = +\,555.02$, $y'_s = +\,549.75$ — Abt. I, Spalte 4 und 5.

B e i s p i e l 3. Nachdem man $[x_r\, y_r]$ berechnet hat zu 39500, findet man aus den Formeln 7):

$$A_1 - 1 = -\,0.017981$$
$$B_1 = +\,0.000152$$
$$A_2 = -\,0.002606$$
$$B_2 - 1 = -\,0.010465.$$

$(A_1 - 1)\,x_r$	$B_1\, y_r$	$\triangle x$	$v_x = w_x - \triangle x$	$v_x\, v_x$	$X_r = x_r + \triangle x$	$X = X_r + x'_s$*)
+ 9.873	+ 0.017	+ 9.89	− 0.93	0.8649	− 539.19	+ 15.83
+ 5.157	+ 0.048	+ 5.21	+ 0.75	0.5625	− 281.57	+ 273.45
− 4.019	+ 0.031	− 3.99	+ 0.65	0.4225	+ 219.53	+ 774.55
− 11.580	+ 0.019	− 11.56	− 1.08	1.1664	+ 632.46	+ 1187.48
− 6.173	− 0.047	− 6.22	+ 0.78	0.6084	+ 337.10	+ 892.12
+ 6.743	− 0.068	+ 6.68	− 0.22	0.0484	− 368.30	+ 186.72
			$[v_x v_x]$ =	3.6731		

$A_2 x_r$	$(B_2 - 1) y_r$	$\triangle y$	$v_y = w_y - \triangle y$	$v_y v_y$	$Y_r = y_r + \blacktriangle y$	$Y = Y_r + y'_s$*)
+ 1.431	− 1.144	+ 0.29	+ 0.73	0.5329	+ 109.62	+ 659.37
+ 0.747	− 3.346	− 2.60	+ 0.72	0.5184	+ 317.13	+ 866.88
− 0.582	− 2.130	− 2.71	− 1.36	1.8496	+ 200.82	+ 750.57
− 1.678	− 1.360	− 3.04	− 0.44	0.1936	+ 126.89	+ 676.64
− 0.895	+ 3.269	+ 2.37	+ 1.85	3.4225	− 310.00	+ 239.75
+ 0.977	+ 4.711	+ 5.69	− 1.47	2.1609	− 444.48	+ 105.29

$[v_y v_y] = 8.6779$

$[v_x v_x] = 3.6731$

$[vv] = 12.3510$

*) $x'_s = + 555.02$, $y'_s = + 549.75$ Abt. I, Spalte 4 und 5.

Literaturbericht.

1. Bücherbesprechungen.

Neue Karten des Kartographischen, früher Militärgeographischen Institutes.

1. Umgebungskarte von Salzburg 1:50.000 (Neuaufnahme 1919) Preis S 1·60
2. Neue Spezialkarte 1:50.000 (4850 = West) Salzburg . . . . . „ „ 1·50
3. Neue Spezialkarte 1:50.000 (4850 = Ost) Straßwalchen . . . „ „ 1·50
4. Neue Spezialkarte 1:50.000 (4851 = West) Attersee . . . . . „ „ 1·50

Die letzten drei Karten sind die ersten Blätter der Neuen Spezialkarte von Österreich, welche auf Grund einer Neuaufnahme hergestellt, allen Anforderungen, die an eine gute topographische Karte nicht nur vom militärischen Standpunkte, sondern auch vom Standpunkte der Technik, der Volkswirtschaft und der Touristik gestellt werden, entsprechen wird.

Der wesentlichste Unterschied der Neuen Spezialkarte gegenüber den alten besteht in der Anwendung eines größeren Maßverhältnisses, in Ersetzung der bisher gebräuchlichen Schraffen durch Schummerung, durch Ersetzung des bisherigen Schwarzdruckes durch eine mehrfarbige Darstellung, und zwar: Gewässer blau, Terrain braune Schichtenlinien mit einem Intervall von 20 *m* im Gebirge und 10 *m* in der Ebene und hellbrauner Schummerung sowie durch die naturgetreue Wiedergabe der Felsformen.

5. Wintersportkarte 1:50.000 für das Gebiet Hopfgarten.
6. „ „ „ „ „ Seefeld in Tirol.
7. „ „ „ „ „ Silvrettagruppe.
8. „ „ „ „ „ Bludenz und Schruns.
9. „ „ „ „ „ Lilienfeld, Türnitz und Hohenberg.

Diese Wintersportkarten sind Vergrößerungen aus der Spezialkarte 1:75.000 mit graublauer Grundkarte, grünem Waldaufdruck, rot eingezeichneten Skirouten und mit Darstellung der Lawinen- und Wächtengebiete. Hoffentlich werden sich diese Karten derselben Beliebtheit in den Kreisen der Skifahrer erfreuen wie die bisher erschienenen und zur Belebung des Wintersports wesentlich beitragen. Preis per Blatt S 1·80.

Im gleichen Verlag und gleicher Ausführung sind bereits folgende Wintersportkarten erschienen: Gasteiner Gebiet, Kitzbühel, Landeck, Mariazell (1:30.000), Saalbach.